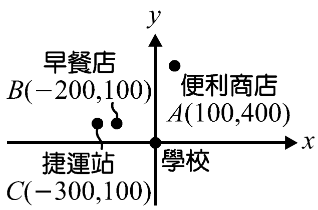
113 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(B)卷　詳解

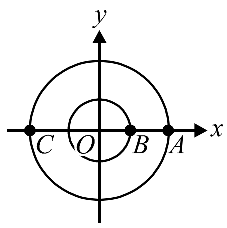
數學(B)卷　113-1-B

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	D	C	B	A	D	C	B	B	D	C	A	A	D	C	C	A	B	D	B	B	C	D	A

1. 假設學校位置在坐標平面上的原點
依題意便利商店在 $A(100\,,400)$ 處、早餐店在 $B(-200\,,100)$ 處、捷運站在 $C(-300\,,100)$ 處
$\overline{AC}=\sqrt{(100+300)^2+(400-100)^2}=500$，故選(B)

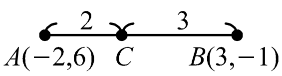


2. 乙車繞 4 圈共用 60 分鐘，甲車剛好繞 1.5 圈，即 C 點在 x 軸上，如圖，直線 BC 為一水平線



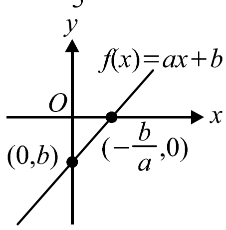
$\therefore$直線 BC 的斜率 $=0$，故選(A)

3. $\because 3\overline{AC}=2\overline{BC}$　$\therefore \overline{AC}:\overline{BC}=2:3$



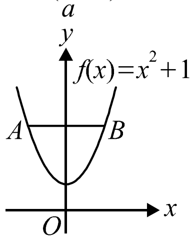
利用分點公式得 $C(\frac{2\times 3+3\times(-2)}{2+3},\frac{2\times(-1)+3\times 6}{2+3})$ 即 $C(0\,,\frac{16}{5})$，得 $x-y=0-\frac{16}{5}=-\frac{16}{5}$，故選(D)

4.



由圖可知，$-\frac{b}{a}>0$、$b<0$ 得 $\frac{b}{a}<0$、$b<0$
$\therefore P(\frac{b}{a}\,,b)$ 在第三象限，故選(C)

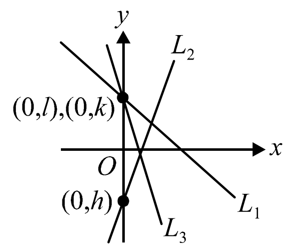
5.



$\because$二次函數對稱於 y 軸，且 $\overline{AB}=6$，可知 $B(3\,,f(3))$ 即 $B(3\,,10)$　$\therefore$直線 AB 的方程式為 $y=10$，故選(B)

6. $f(x)=3x^2+12x+15=3(x^2+4x+4)+15-12$
$=3(x+2)^2+3$ 之頂點為 $(-2\,,3)$
$\therefore h+k=-2+3=1$，故選(A)

7. (A)(B) 由斜截式與直線傾斜程度可知，$m_{L_1}=a<0$、$m_{L_2}=b>0$、$m_{L_3}=c<0$
$\therefore ac>0$ 且 $m_{L_2}>0>m_{L_1}>m_{L_3}$　$\therefore b>a>c$
(C)(D) 由 y 截距可知，$k=l>0$，$h<0$
$\therefore k=l>h$、且 $hk<0$，故選(D)



8. 由 $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$ 得知：C 為 $\overline{AB}$ 中點
$\therefore C(\frac{5+6}{2},\frac{3+5}{2})$ 即 $C(\frac{11}{2},4)$
$m_{AB}=\frac{5-3}{6-5}=2$，即所求直線 L 的斜率 $m_L=-\frac{1}{2}$
可知直線 L 為過點 $C(\frac{11}{2},4)$ 且 $m_L=-\frac{1}{2}$ 之直線
由點斜式得 L：$y-4=-\frac{1}{2}(x-\frac{11}{2})$
即 $x+2y=\frac{27}{2}\Rightarrow 2x+4y=27$，故選(C)

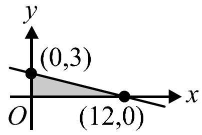
9. $\begin{cases}3x-4y-11=0\cdots①\\4x-3y=10\cdots②\end{cases}$，①×4－②×3

$$\begin{array}{rr} & 12x-16y=44\\ -) & 12x-9y=30\\ \hline & -7y=14\end{array}$$

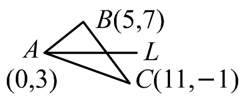
$y=-2$ 代入①得 $x=1$，所求直線為過 $(1\,,-2)$、$(3\,,4)$ 兩點之直線，其斜率 $m=\frac{4+2}{3-1}=3$
由點斜式得 $y+2=3(x-1)$ 即 $3x-y=5$，故選(B)

10. 依題意，設 $P(k\,,3)$
$\because P$、Q、R 三點共線　$\therefore m_{PQ}=m_{QR}$
$\frac{3-5}{k-2}=\frac{5+1}{2+2}$，$k=\frac{2}{3}$，故選(B)

11. L：$y-5=-\frac{1}{4}(x+8)$ 即 L：$x+4y=12$



三角形面積 $=12\times3\times\frac{1}{2}=18$，故選(D)

12.


依題意知，直線 L 為過 $\overline{BC}$ 中點和 A 點的直線，$\overline{BC}$ 中點 $(\frac{5+11}{2},\frac{7-1}{2})$ 即 $(8,3)$，$m_L=\frac{3-3}{8-0}=0$

L：$y-3=0(x-8)$　$\therefore y-3=0$，故選(C)

13. 設平行直線 $6x+4y-5=0$ 之直線為 $6x+4y+k=0$，過點 $(1,1)$ 代入得 $6+4+k=0\Rightarrow k=-10$

$\therefore$ 所求直線為 $6x+4y-10=0$ 即 $3x+2y-5=0$，即 $-3x-2y+5=0$，比較係數得 $a=-3$、$b=5$

$\Rightarrow a+b=-3+5=2$，故選(A)

14. $\because f(1)=5$、$f(-1)=5$

$\therefore$ 令 $f(x)=a(x-1)(x+1)+5$

又 $f(3)=45\Rightarrow a(3-1)(3+1)+5=45\Rightarrow a=5$

得 $f(x)=5(x-1)(x+1)+5=5x^2$

$\therefore x$ 為 $f(x)$ 的因式，故選(A)

15. $(2x^4-x^3+x^2-3)(x^3-x^2+1)$

$\boxed{-x^3}$

$-3x^3$

x^3 項係數 $=-1-3=-4$，故選(D)

16. 利用餘式定理知

餘式 $=f(-4)=(-4+3)^{2025}-4(-4)+9$

$=-1+16+9=24$，故選(C)

17. 令 $f(x)=2x^3+7x^2+2x-3$

(A) $f(-1)=2\times(-1)^3+7\times(-1)^2+2\times(-1)-3=0$

(B) $f(-3)=2\times(-3)^3+7\times(-3)^2+2\times(-3)-3=0$

(C) $f(-\frac{1}{2})=2\times(-\frac{1}{2})^3+7\times(-\frac{1}{2})^2+2\times(-\frac{1}{2})-3=-\frac{5}{2}\neq0$

(D) $f(\frac{1}{2})=2\times(\frac{1}{2})^3+7\times(\frac{1}{2})^2+2\times(\frac{1}{2})-3=0$

故選(C)

18. $a+2=0$、$b-3=0$、$c-6=0$、$d-1\neq0$

得 $a=-2$、$b=3$、$c=6$、$d\neq1$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{-2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{-3+2+1}{6}=0$，故選(A)

19. $x=\sqrt{2}-1$，$x+1=\sqrt{2}$，$x^2+2x+1=2$，$x^2+2x=1$

即 $x=\sqrt{2}-1$ 代入 x^2+2x 其結果為 1

$\therefore (x^2+2x)^2+3=1^2+3=4$，故選(B)

[另解]

$\because x^2=(\sqrt{2}-1)^2=3-2\sqrt{2}$

$\therefore x^2+2x=(3-2\sqrt{2})+2(\sqrt{2}-1)=1$

即 $(x^2+2x)^2+3=1^2+3=4$，故選(B)

20.
$$
\begin{array}{r|rrr}
 & 1 & +2+\quad a & +\quad b \\
1+1-1 & 1+1 & -\quad 1 & \\
\hline
 & 1 & +(a+1)+ & b \\
 & & 1+\quad 1 & -\quad 1 \\
\hline
 & & a & +(b+1)
\end{array}
$$
（商：$1+1$）

$\therefore a=5$、$b+1=-1$ 即 $a=5$、$b=-2$

得 $a-b=5-(-2)=5+2=7$，故選(D)

21. (1) $\because (a-1)x+(b+5)=0$ 有無限多解

$\therefore a-1=0$、$b+5=0$ 即 $a=1$、$b=-5$

得 $a+b=1+(-5)=-4$

(2) $x^2+2x-1=0$，$x=\frac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{8}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{2}$，有兩解，故選(B)

22. 由根與係數關係得 $\alpha+\beta=2$，$\alpha\beta=-1$

(1) $\frac{1}{\alpha-1}+\frac{1}{\beta-1}=\frac{\beta-1+\alpha-1}{(\alpha-1)(\beta-1)}=\frac{\alpha+\beta-2}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}$

$=\frac{2-2}{-1-2+1}=0$

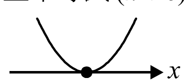
(2) $\frac{1}{\alpha-1}\times\frac{1}{\beta-1}=\frac{1}{\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1}=\frac{1}{-1-2+1}=-\frac{1}{2}$

利用根與係數關係得所求方程式為 $x^2-0x-\frac{1}{2}=0$，

即 $2x^2-1=0$，故選(B)

23. $\because k+6>0$，二次函數的圖形為拋物線開口向上

且不等式 $(k+6)x^2+kx+2\leq0$ 只有一個解，如圖



二次函數的圖形與 x 軸交於一點

$\therefore b^2-4ac=0$，$k^2-4(k+6)\times2=0$

$k^2-8k-48=0$，$(k+4)(k-12)=0$，$k=-4$ (不合)或 $k=12$，故選(C)

24. $\because$3 份沙拉　$\therefore C$ 餐有 3 份

$\because$7 杯飲料　$\therefore B$ 餐有 $7-3=4$ 份

得 A 餐有 $12-4-3=5$ 份，故選(D)

25. $\begin{cases}\alpha\beta=2\\ \alpha^2+\beta^2=12\end{cases}$

又 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=12$，$(\alpha+\beta)^2-2\times2=12$

$(\alpha+\beta)^2=16$，$\alpha+\beta=\pm4$ (-4 不合)

得所求方程式為 $x^2-4x+2=0$，故選(A)