113 學年度四技二專第一次聯合模擬考試
共同科目　數學(A)卷　詳解

數學(A)卷　　113-1-A

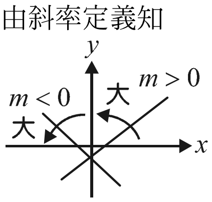
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	A	C	B	B	D	C	A	B	A	D	B	C	A	B	A	D	B	D	C	A	D	C	C

1. $\because$ 甲$(3,1)$：$\sqrt{(3-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{10}$
乙$(-2,4)$：$\sqrt{(-2-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{20}$
丙$(-1,-2)$：$\sqrt{(-1-0)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{5}$
丁$(5,-1)$：$\sqrt{(5-0)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{26}$
$\therefore$ 丙距離最近，故選(C)

2. $\because$ 震央與鄰國首都距離爲 $|C-A|$
且震央與該國首都距離爲 $|B-A|$
$\therefore$ 依題意知應爲 $|C-A|<|B-A|$，故選(D)

3. $\because f(-2)=(-2)^3+3\times(-2)^2+k\times(-2)+5$
$=-8+12-2k+5=9-2k$
$\therefore f(-2)=9-2k=3\Rightarrow k=3$，故選(A)

4. 由斜率定義知



(A)(B) 兩個點與玉山北峰連線斜率均小於 0
且(C)(D) 兩個點與玉山北峰連線斜率均大於 0
又(C)大於(D)，故選(C)

5. 由直線的點斜式知 L：$y-2=\frac{2}{3}[x-(-5)]$
$\Rightarrow 3y-6=2x+10\Rightarrow 2x-3y+16=0$，故選(B)

6. $(3x^2-4x+2)\cdot(2x^2+5x-7)$乘開後 x^2 項爲：
$(3x^2)\cdot(-7)+(-4x)\cdot(5x)+2\cdot(2x^2)$
$=-21x^2-20x^2+4x^2=-37x^2$
$\therefore x^2$ 項係數爲 -37，故選(B)

7. 設 $D(x,y)$　$\because \overline{AC}$ 的中點 $=\overline{BD}$ 的中點
即 $(\frac{-1+4}{2},\frac{4+(-1)}{2})=(\frac{-3+x}{2},\frac{5+x}{2})\Rightarrow x=6$，$y=-2$
$\therefore D(6,-2)$，故選(D)

8. 設外星球的溫度爲 y，攝氏爲 x
依題意知：$y=ax+b\Rightarrow\begin{cases}23=10a+b\cdots①\\35=25a+b\cdots②\end{cases}$
②−①$\Rightarrow 12=15a\Rightarrow a=\frac{12}{15}=0.8$，代入①得 $b=15$
故 $y=0.8x+15$，則當 $y=19$ 代入 $\Rightarrow 19=0.8x+15$
$\Rightarrow 0.8x=4\Rightarrow x=5$，故選(C)

9. $\because$ 總金額已經大於 20000 元
$\therefore A$ 款售價爲 $4500\times0.6=2700$元
B 款售價爲 $3800\div2=1900$元
假設此團買了 x 雙 B 款，則 A 款買了 $(10-x)$ 雙
故總金額爲：$1900\cdot x+2700\cdot(10-x)=23800$
$\Rightarrow 1900x+27000-2700x=23800$
$\Rightarrow -800x=-3200\Rightarrow x=4$
即買了 4 雙 B 款鞋，故選(A)

10. $\because$ 此方程式有兩相異實根
$\therefore$ 判別式 $D=b^2-4ac>0$
即 $6^2-4\times3\times k>0\Rightarrow 36-12k>0\Rightarrow k<3$，故選(B)

11. 令因式 $x^2-2x-3=0\Rightarrow(x-3)(x+1)=0$
$\Rightarrow x=3$ 或 $x=-1$，則 $f(3)=0$ 且 $f(-1)=0$
即 $\begin{cases}81+9a+3b-15=0\\-3+a-b-15=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}9a+3b+66=0\\a-b-18=0\end{cases}$
$\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-19\end{cases}$　$\therefore a+b=-20$，故選(A)
[另解]
$\because x^2-2x-3$ 爲 $f(x)$ 的因式
$\therefore f(x)\div(x^2-2x-3)$ 可以整除

$$\begin{array}{r|l}
 & 3x+5 \\
x^2-2x-3 & 3x^3+\ ax^2\ +\ bx\ -15 \\
 & 3x^3-\ 6x^2\ -\ 9x \\ \hline
 & (a+b)x^2+(b+9)x-15 \\
 & 5x^2\ -\ 10x\ -15 \\ \hline
 & 0
\end{array}$$

$\therefore\begin{cases}a+6-5=0\\b+9+10=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-19\end{cases}$，得 $a+b=-20$，故選(A)

12. 由題意知，O、A、B、C 四點共線
則 $m_{OB}=m_{OA}=m_{OC}$，即 $\frac{1-11}{7-2}=\frac{1-7}{7-a}=\frac{1-b}{7-(-3)}$
$\Rightarrow\frac{-2}{1}=\frac{-6}{7-a}=\frac{1-b}{10}\Rightarrow a=4$，$b=21\Rightarrow a+b=25$，
故選(D)

13. 假設 $f(x)=2x^5-11x^4+7x^3-9x^2-8x+4$
此題爲求 $f(5)$ 之值，由餘式定理可知 $f(5)$ 即 $f(x)$ 除以 $x-5$ 之餘式

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
2 & -11 & +7 & -9 & -8 & +4 & 5 \\
 & +10 & -5 & +10 & +5 & -15 & \\ \hline
2 & -1 & +2 & +1 & -3 & -11 &
\end{array}$$

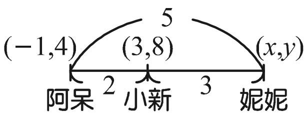
$\therefore$ 所求爲 -11，故選(B)

14. $\because L_1 // L_2$　$\therefore L_1$ 與 L_2 的距離爲乒乓球的直徑，即直徑

$\dfrac{|-5-15|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{20}{5}=4$

$\therefore$半徑為 2 單位長，故選(C)

15. 依題意作圖如下：



設妮妮坐標為 (x,y)，則由分點公式知小新坐標為

$(\dfrac{2x+3\cdot(-1)}{2+3},\dfrac{2y+3\cdot 4}{2+3})=(\dfrac{2x-3}{5},\dfrac{2y+12}{5})=(3,8)$

$\Rightarrow\begin{cases}2x-3=15\\2y+12=40\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=9\\y=14\end{cases}$

$\therefore$妮妮坐標為 $(9,14)$，故選(A)

16. (A) $\because$拋物線開口向下　$\therefore a<0$

又對稱軸 $x=-\dfrac{b}{2a}<0$　$\therefore b<0$

(B) $\because a-b+c=f(-1)$

$\therefore$拋物線上有一點 $(-1,a-b+c)$

由圖形可知此點在第 2 象限　$\therefore a-b+c>0$

(C) $\because$ 拋物線與 y 軸相交點為 $(0,c)$ 由圖形可知 $c>0$，故 $a\times c<0$

(D) $\because$拋物線與 x 軸相交兩點　$\therefore b^2-4ac>0$

故選(B)

17. $\because L_1\perp L_2$　$\therefore m_{L_1}\times m_{L_2}=-1$ 且 $m_{L_1}=-\dfrac{2}{3}$

$\Rightarrow m_{L_2}=\dfrac{3}{2}=\dfrac{10-4}{k+1}\Rightarrow 3k+3=12\Rightarrow k=3$，故選(A)

18. $\because$支柱$\perp\overleftrightarrow{AB}$　$\therefore m_{支柱}\times m_{AB}=-1$

且 $m_{AB}=\dfrac{1-3}{-4-6}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow m_{支柱}=-5$

又支柱通過 $\overline{AB}$ 中點 $M(\dfrac{6+(-4)}{2},\dfrac{3+1}{2})=(1,2)$

$\therefore$支柱方程式為 $y-2=-5(x-1)$

$\Rightarrow y-2=-5x+5\Rightarrow 5x+y-7=0$，故選(D)

19. $\because \deg f(x)=2$ 且 $f(1)=f(-4)=0$

$\therefore$設 $f(x)=k\cdot(x-1)(x+4)$

$\because f(2)=k\times1\times6=18\Rightarrow k=3$

即 $f(x)=3(x-1)(x+4)$

故 $f(-1)=3\times(-2)\times3=-18$，故選(B)

20. $P=21x^2-8x-45=(3x-5)(7x+9)$

$\because x>0$　$\therefore 3x-5<7x+9$

又$\because$質數 P 只能分解為 $1\times P$　$\therefore\begin{cases}3x-5=1\cdots①\\7x+9=P\cdots②\end{cases}$

由①$\Rightarrow x=2$ 代入②，$P=7\times2+9=23$，故選(D)

21. $\because$倉庫在 x 軸　$\therefore$設倉庫坐標為 $P(k,0)$

$\because \overline{PA}=\overline{PB}$　$\therefore\sqrt{(k+3)^2+2^2}=\sqrt{(k-6)^2+5^2}$

$\Rightarrow k^2+6k+9+4=k^2-12k+36+25$

$\Rightarrow 18k=48\Rightarrow k=\dfrac{8}{3}$，即倉庫坐標為 $(\dfrac{8}{3},0)$，故選(C)

22. 由餘式定理知

令 $x^2-4=0$，$x=-2,2\Rightarrow\begin{cases}f(-2)=-2a+3\\f(2)=2a+3\end{cases}$

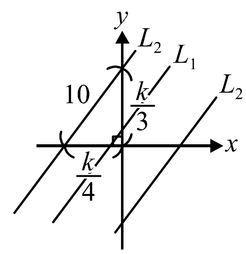
又令 $x\cdot(x+2)=0\Rightarrow x=0,-2\Rightarrow\begin{cases}f(0)=b\\f(-2)=-2+b\end{cases}$

又令 $x\cdot(x-2)=0\Rightarrow x=0,2\Rightarrow\begin{cases}f(0)=-1\\f(2)=2c-1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}f(-2)=-2a+3=-2+b\\f(2)=2a+3=2c-1\\f(0)=b=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=-1\\a=3\\c=5\end{cases}$

得 $a+b+c=3+(-1)+5=7$，故選(A)

23. $\because L_1//L_2$



$\therefore$設 L_2：$4x-3y+k=0$

$\Rightarrow$

x	0	$-\dfrac{k}{4}$
y	$\dfrac{k}{3}$	0

則 $(\dfrac{k}{4})^2+(\dfrac{k}{3})^2=10^2\Rightarrow\dfrac{k^2}{16}+\dfrac{k^2}{9}=100\Rightarrow\dfrac{25}{144}k^2=100$

$\Rightarrow k^2=100\times\dfrac{144}{25}=4\times144=2^2\times12^2$　$\therefore k=\pm24$

故 L_2：$4x-3y+24=0$ 或 $4x-3y-24=0$

$\therefore a+b=4+24=28$ 或 $4+(-24)=-20$，故選(D)

24. $\therefore$由根與係數關係得知$\begin{cases}\alpha+\beta=-\dfrac{-6}{2}=3\\\alpha\cdot\beta=\dfrac{3}{2}\end{cases}$

而新方程式兩根和

$=(2\alpha^2+1)+(2\beta^2+1)=2(\alpha^2+\beta^2)+2$

$=2[(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta]+2=2\times[3^2-2\times\dfrac{3}{2}]+2=14$

且新根積$=(2\alpha^2+1)\cdot(2\beta^2+1)$

$=4(\alpha\beta)^2+2(\alpha^2+\beta^2)+1=4\times(\dfrac{3}{2})^2+2[3^2-2\times\dfrac{3}{2}]+1$

$=9+12+1=22$，則新方程式為：$x^2-14x+22=0$，$b=-14$，$c=22$，得 $b+c=-14+22=8$，故選(C)

25. 設定價降 x 次 5 元，則銷售量增加$100x$ 份，即定價為 $100-5x$ 元，銷售量為 $1000+100x$ 份，可得總銷售額為 $f(x)=(100-5x)\cdot(1000+100x)$

$=-500x^2+5000x+100000=-500(x^2-10x)+100000$

$=-500(x-5)^2+112500$，即當 $x=5$ 時，$f(x)$ 有最大值為 112500 元，此時定價為$100-5\times5=75$元，故選(C)