

高雄市立海青高級工商職業學校 110 學年度第 2 學期

期末考 考試題紙

科目：基礎工程力學Ⅱ

應考班別：建二真

座號：_____

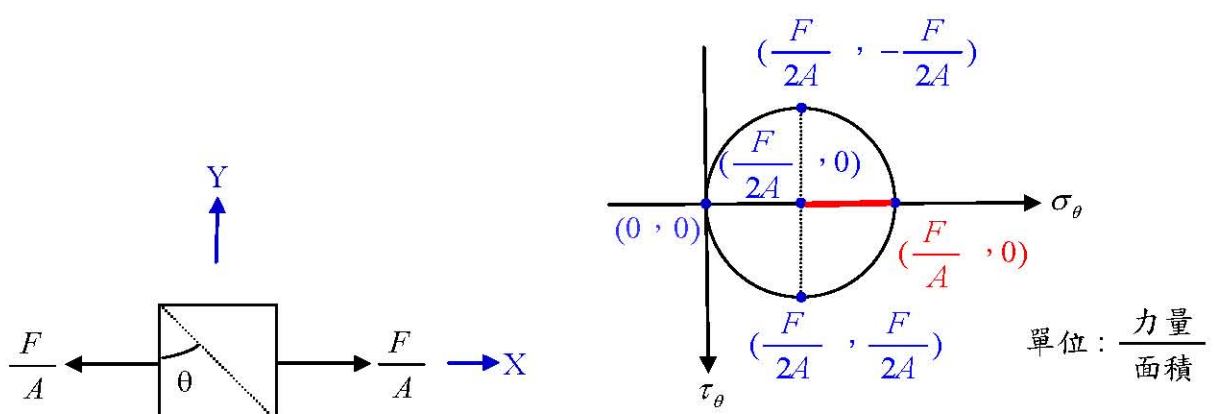
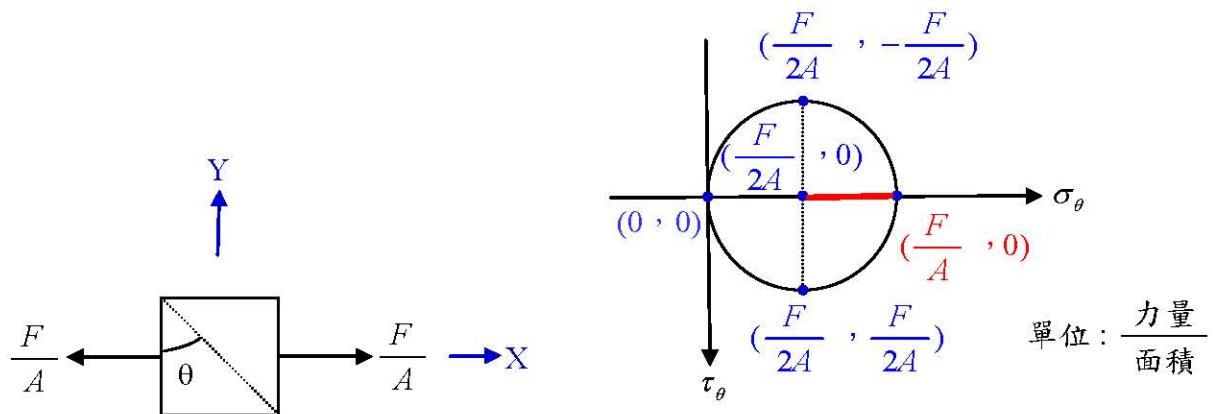
姓名：_____

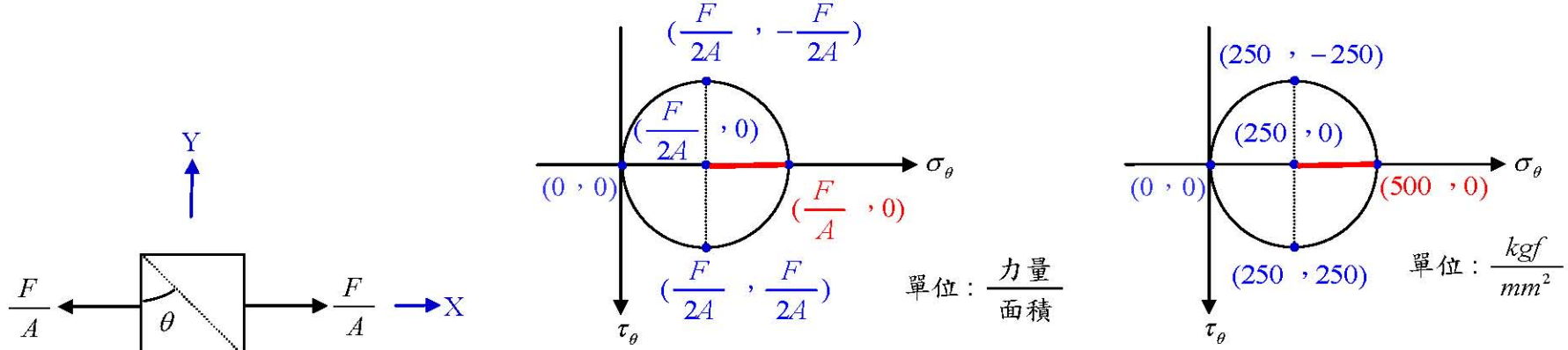
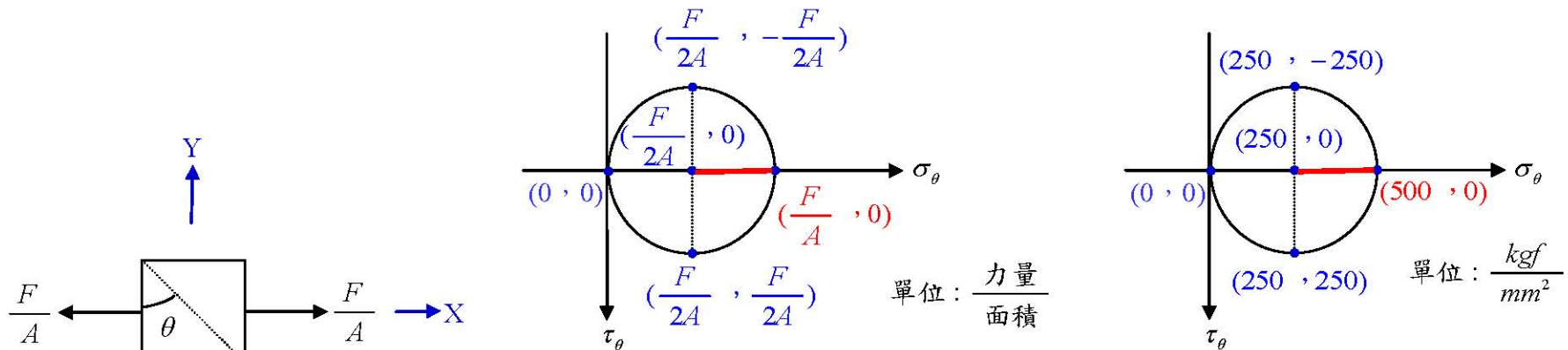
※本試採用電腦閱卷。

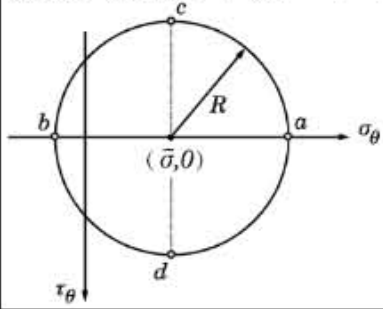
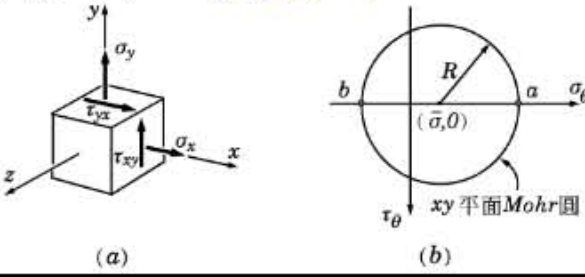
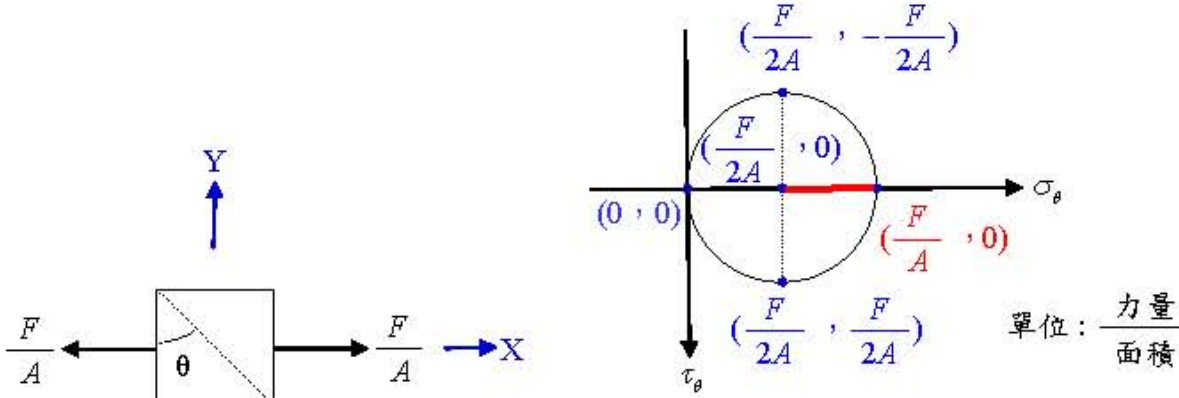
※請攜帶計算機

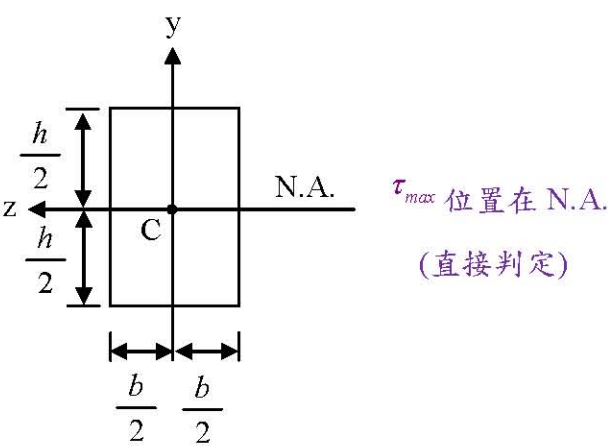
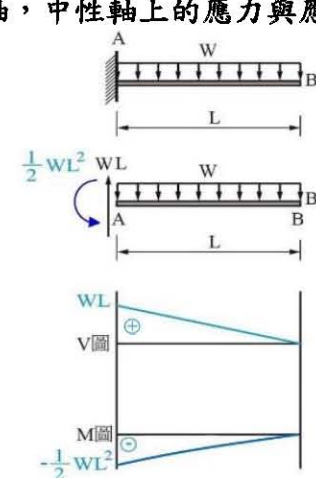
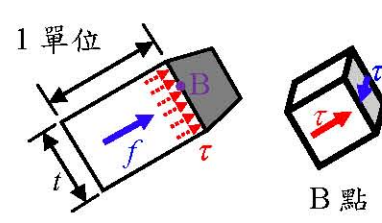
【單選題】（每題 5 分，100%）

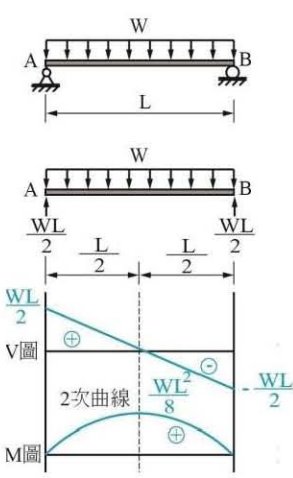
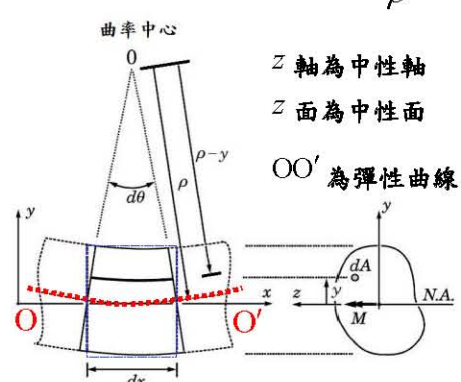
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
B	D	A	C	D	B	A	C	B	B
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
A	A	A	C	D	A	B	C	C	B

答案	題號	題目
B	1.	<p>材料承受單軸向張力 F 的作用，若材料的截面積為 A，則其最大剪應力為： (A) $\frac{F}{A}$ (B) $\frac{F}{2A}$ (C) $\frac{F}{3A}$ (D) $\frac{F}{4A}$。</p> <p>Sol：(1)若其應力狀態如下圖所示，其應力矩陣為：$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}_{<X,Y>} = \begin{bmatrix} \frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{<X,Y>}$。</p>  <p>(2)其 XY 平面應力莫爾圓如上所示：莫爾圓圓心：$(\frac{\frac{F}{A}+0}{2}, 0) = (\frac{F}{2A}, 0)$。莫爾圓半徑：$R = \sqrt{(\frac{\frac{F}{A}-0}{2})^2 + 0^2} = \frac{F}{2A}$。</p> <p>$\sigma_p = \begin{cases} \frac{F}{A} = (\sigma_t)_{max} & \text{其所對應的角度為} +0^\circ \\ 0 = (\sigma_t)_{min} & \text{其所對應的角度為} +90^\circ \end{cases}$。$\tau_{max} = \begin{cases} -\frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} +45^\circ \\ \frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} -45^\circ \end{cases}$。</p> <p>其中：角度逆時針方向(↺)為正，順時針(↻)方向為負。</p>
D	2.	<p>某 $100mm \times 100mm$ 斷面之桿件，兩端承受拉力作用，若桿件可承受最大剪應力為 $25MPa$，則兩端容許之最大拉力為多少 kN？ (A)800 (B)700 (C)600 (D)500。</p> <p>Sol：(1) (a)一材料承受單軸向張力 F 的作用，若材料的截面積為 A，若其應力狀態如下圖所示，其應力矩陣為：</p>  <p>$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}_{<X,Y>} = \begin{bmatrix} \frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{<X,Y>}$。</p> <p>(b)其 XY 平面應力莫爾圓如上所示：莫爾圓圓心：$(\frac{\frac{F}{A}+0}{2}, 0) = (\frac{F}{2A}, 0)$。莫爾圓半徑：$R = \sqrt{(\frac{\frac{F}{A}-0}{2})^2 + 0^2} = \frac{F}{2A}$。</p> <p>$\sigma_p = \begin{cases} \frac{F}{A} = (\sigma_t)_{max} & \text{其所對應的角度為} +0^\circ \\ 0 = (\sigma_t)_{min} & \text{其所對應的角度為} +90^\circ \end{cases}$。$\tau_{max} = \begin{cases} -\frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} +45^\circ \\ \frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} -45^\circ \end{cases}$。故(B)選項正確。</p> <p>其中：角度逆時針方向(↺)為正，順時針(↻)方向為負。</p> <p>(2)由上述可知，兩端容許之最大拉力 F 為：$\tau_{max} = \frac{F}{2A} \Rightarrow 25 \times 10^6 = \frac{F}{2 \times (0.1 \times 0.1)} \Rightarrow F = 500000N = 500kN$。</p>
A	3.	<p>垂直桿件，長 $2m$，斷面為 $10cm \times 20cm$ 之矩形，承受 $2000kgf$ 之軸向荷重，若彈性係數為 $2 \times 10^6 \frac{kgf}{cm^2}$，求桿件內發生最大剪應力為 (A)5 (B)10 (C)50 (D)100 $\frac{kgf}{cm^2}$。</p> <p>Sol：</p>

答案	題號	題目
		<p>(1)一材料承受單軸向張力 F 的作用，若材料的截面積為 A，最大剪應力絕對值的大小為 $\frac{F}{2A}$，其值恰為最大正交應力絕對值之半，且其產生於 45° 角的斜截面。</p> <p>(2)求本題桿件內發生最大剪應力絕對值的大小 τ_{max} 為：$\tau_{max} = \left \frac{F}{2A} \right = \left \frac{2000}{2 \times (10 \times 20)} \right = 5 \frac{kgf}{cm^2}$</p>
C	4.	<p>一材料受軸向拉力作用，其拉應力為 $500 \frac{kgf}{mm^2}$，材料所受之最大剪應力為 (A)500 (B)490 (C)250 (D)200 $\frac{kgf}{mm^2}$。</p> <p>Sol：(1)一材料承受單軸向張力 F 的作用，若材料的截面積為 A，若其應力狀態如下圖所示，其應力矩陣為：</p> $[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}_{<X,Y>} = \begin{bmatrix} \frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{<X,Y>}$  <p>(3)其 XY 平面應力莫爾圓如下所示：莫爾圓圓心：$(\frac{\frac{F}{A}+0}{2}, 0) = (\frac{F}{2A}, 0)$。莫爾圓半徑：$R = \sqrt{(\frac{\frac{F}{A}-0}{2})^2 + 0^2} = \frac{F}{2A}$。</p> $\sigma_p = \begin{cases} \frac{F}{A} = (\sigma_t)_{max} & \text{其所對應的角度為} +0^\circ \\ 0 = (\sigma_t)_{min} & \text{其所對應的角度為} +90^\circ \end{cases} \quad \tau_{max} = \begin{cases} -\frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} +45^\circ \\ \frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} -45^\circ \end{cases}$ <p>其中：角度逆時針方向(↺)為正，順時針(↻)方向為負。</p> <p>(4)如上圖所示，若主平面上之拉應力為 $500 \frac{kgf}{mm^2}$，則該平面最大剪應力為 $250 \frac{kgf}{mm^2}$。</p>
D	5.	<p>在主平面上 (A)正向應力為零 (B)剪應力為最大 (C)正向應力為剪應力的兩倍 (D)剪應力為零。</p> <p>Sol：通過材料點的各個平面上有著不同的正向應力與剪應力，倘若在某一平面上的剪應力恰為零，則該平面稱之主平面(principal plane)，其相應的垂直軸稱主軸(principal axis)，而主平面上的正向應力則稱為主應力(principal stress)。讀者宜注意的是，主應力也可能為零。</p>
B	6.	<p>材料受單軸向應力作用時，若主平面上之拉應力為 $500 \frac{kgf}{cm^2}$，則該平面最大剪應力為多少？</p> <p>(A)0 (B)250 (C)500 (D)1000 $\frac{kgf}{cm^2}$。</p> <p>Sol：(1)一材料承受單軸向張力 F 的作用，若材料的截面積為 A，若其應力狀態如下圖所示，其應力矩陣為：</p> $[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix}_{<X,Y>} = \begin{bmatrix} \frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{<X,Y>}$  <p>(3)其 XY 平面應力莫爾圓如下所示：莫爾圓圓心：$(\frac{\frac{F}{A}+0}{2}, 0) = (\frac{F}{2A}, 0)$。莫爾圓半徑：$R = \sqrt{(\frac{\frac{F}{A}-0}{2})^2 + 0^2} = \frac{F}{2A}$。</p> $\sigma_p = \begin{cases} \frac{F}{A} = (\sigma_t)_{max} & \text{其所對應的角度為} +0^\circ \\ 0 = (\sigma_t)_{min} & \text{其所對應的角度為} +90^\circ \end{cases} \quad \tau_{max} = \begin{cases} -\frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} +45^\circ \\ \frac{F}{2A} & \text{其所對應的角度為} -45^\circ \end{cases}$ <p>其中：角度逆時針方向(↺)為正，順時針(↻)方向為負。</p> <p>(4)如上圖所示，若主平面上之拉應力為 $500 \frac{kgf}{mm^2}$，則該平面最大剪應力為 $250 \frac{kgf}{mm^2}$。</p>
A	7.	<p>下列有關平面應力的敘述，何者錯誤 (A)最大主應力面與最小主應力面之夾角為 45° (B)主應力面與最大剪應力面成 45° 夾角 (C)主應力面上之剪應力為零 (D)最大剪應力等於最大與最小主應力差值之一半。</p> <p>Sol：平面應力莫爾圓如下圖所示，可知：(a)最大主應力面與最小主應力面之夾角為 90°。故(A)選項錯誤。</p>

答案	題號	題目
		<p>(b)主應力面與最大剪應力之平面之夾角為 45°。故(B)選項正確。(c)主應力面上之剪應力為零。故(C)選項正確。 (d)最大剪應力絕對值之大小等於莫爾圓半徑，最大與最小主應力差值絕對值之大小等於莫爾圓直徑。故(D)選項正確。</p> 
C	8.	<p>有關正交應力和最大剪應力之敘述，下列何者正確？ (A)主平面上必有最大剪應力 (B)主平面上正交應力必皆為零 (C)主平面上有最大及最小之正交應力 (D)主平面上剪應力不為零。</p> <p>Sol：</p> <p>(1)通過材料點各個平面上有著不同的正向應力與剪應力，倘若在某一平面上的剪應力恰為零，則該平面稱之主平面(principal plane)，其相應的垂直軸稱主軸(principal axis)，而主平面上的正向應力則稱為主應力(principal stress)。讀者宜注意的是，主應力也可能為零。故(A)、(B)與(D)選項錯誤。</p> <p>(2)觀察下圖所示的平面應力態及其 Mohr 圓，很明顯可以看出，Mohr 圓與 σ_θ 軸的兩交點 a 及 b 正就是剪應力為零的主軸方向，而且其相應的主應力為 xy 平面中所有正向應力的極大值與極小值。故(C)選項正確。</p> 
B	9.	<p>一圓柱形材料在兩端承受單一軸向的拉力負載，下列敘述何者錯誤？ (A)在橫截面上，正交應力最大，剪應力為零 (B)最大剪應力的值等於該軸向的最大正交應力 (C)最大剪應力發生在與該軸向成 45° 的斜截面上 (D)若其為延性材料，會沿著與軸向成 45° 的斜截面上破壞。</p> <p>Sol：</p> <p>(1)一材料承受單軸向張力 F 的作用，若材料的截面積為 A，若其應力狀態如下圖所示，其應力矩陣為：</p>  $[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}_{\langle X, Y \rangle} = \begin{bmatrix} \frac{F}{A} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{\langle X, Y \rangle}$ <p>(2)其 XY 平面應力莫爾圓如上所示：莫爾圓圓心：$(\frac{\frac{F}{A}+0}{2}, 0) = (\frac{F}{2A}, 0)$。莫爾圓半徑：$R = \sqrt{(\frac{\frac{F}{A}-0}{2})^2 + 0^2} = \frac{F}{2A}$。</p> $\sigma_p = \begin{cases} \frac{F}{A} = (\sigma_1)_{max}, & \text{其所對應的角度為} +0^\circ \\ 0 = (\sigma_2)_{min}, & \text{其所對應的角度為} +90^\circ \end{cases} \cdot \tau_{max} = \begin{cases} -\frac{F}{2A}, & \text{其所對應的角度為} +45^\circ \\ \frac{F}{2A}, & \text{其所對應的角度為} -45^\circ \end{cases}$ <p>故(B)選項錯誤，(C)、(D)選項正確。</p> <p>其中：角度逆時針方向(⤴)為正，順時針(⤵)方向為負。故(A)選項正確。</p>
B	10.	<p>關於重疊原理，下列敘述何者是錯誤的？ (A)不適合於非線性結構 (B)適合於由載重求應變能 (C)適用於小變形且材料為線性的靜定結構，可求解結構之反力或斷面內力 (D)線性結構所產生的總效果，可由各種原因分別對結構所產生的效果相加而得之。</p> <p>Sol：『重疊原理』成立的條件為： ①各個作用與其所產生的影響之間為『線性關係』。②各個作用之間彼此不造成相互的影響。故本題答案為(B)選項。</p>
A	11.	<p>一矩形斷面承受剪力作用，材料所受之應力如在彈性限度內時，該斷面之最大剪應力與平均剪應力的比值為何？ (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{6}{5}$。</p> <p>Sol：如下圖所示，矩形斷面內撓曲剪應力極大值為 τ_{max}，則該斷面之最大剪應力與平均剪應力的比值 $\frac{\tau_{max}}{\tau}$ 為：</p>

答案	題號	題目
		<div><div>$\tau_{max} = \frac{V \times (b \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{4})}{\frac{b \times h^3}{12} \times b} = \frac{3V}{2bh} = \frac{3}{2} \tau \Rightarrow \frac{\tau_{max}}{\tau} = \frac{3}{2}$</div><div></div></div>
A	12.	<p>一截面積為正方形的簡支樑，樑的長度遠大於截面的邊長，且支撐點位於樑的兩端，若在兩支撐點中間承受集中負荷，則該樑的最大彎曲應力與最大剪應力之關係，下列何者正確？ (A)最大彎曲應力大於最大剪應力 (B)最大彎曲應力等於最大剪應力 (C)最大彎曲應力小於最大剪應力 (D)兩者無法比較。</p> <p>Sol：樑主要內力為彎矩(M)與剪力(V)，其主要變形為彎曲，次要變形為剪力變形，所以樑之破壞取決於彎矩。由此可知，樑若產生破壞必先從彎矩為最大值M_{max}(乃指取絕對值後之值)之截面，故將此截面稱之為臨界斷面(又稱危險斷面)。由此可知，最大彎曲應力大於最大剪應力。故本題答案為(A)選項。</p>
A	13.	<p>一矩形樑斷面$10mm \times 20mm$，如某斷面承受$2000N$之剪力作用，則所產生的最大剪應力為多少MPa？ (A)15 (B)20 (C)25 (D)30。</p> <p>Sol：假設中性軸通過斷面形心，則此矩形樑斷面所產生的最大剪應力為τ_{max}為：</p> $\tau_{max} = \frac{V_{max}}{I} \times (\frac{Q}{t})_{max} = \frac{2000 \times (0.01 \times \frac{0.02}{2} \times \frac{0.02}{4})}{(\frac{0.01 \times 0.02^3}{12}) \times 0.01} = 15000000Pa = 15MPa。$
C	14.	<p>一懸臂樑，全樑承受均佈垂直荷重，下列敘述何者為誤： (A)最大撓曲拉應力位於固定端斷面之上緣 (B)最大垂直剪應力位於固定端斷面之中性軸 (C)樑僅受垂直剪應力而無水平剪應力 (D)斷面中性軸之撓曲應力為零。</p> <p>Sol：</p> <p>(1)由圖(a)可知，懸臂樑承受均佈荷重W之作用，樑寬度為b、高度為h，最大撓曲拉應力$(\sigma_{max})_t$為：</p> $\sigma_{max} = \frac{M \times y}{I_{NA}} = \frac{\frac{WL^2}{2} \times \frac{h}{2}}{\frac{b \times h^3}{12}} = \frac{3WL^2}{b \times h^2}。 【註】： \begin{cases} (\sigma_{max})_c = \frac{3WL^2}{b \times h^2} & \text{(位於固定端底部)} \\ (\sigma_{max})_t = \frac{3WL^2}{b \times h^2} & \text{(位於固定端頂部)} \end{cases}。故(A)選項正確。$ <p>(2)由圖(a)可知，懸臂樑承受均佈荷重W之作用，樑寬度為b、高度為h，最大剪應力τ_{max}為：</p> $\tau_{max} = \frac{V_{max} \times Q_{max}}{I_{NA} \times t_{min}} = \frac{WL \times (b \times \frac{h}{2} \times \frac{h}{4})}{\frac{b \times h^3}{12} \times b} = \frac{3WL}{2bh} \text{(位於固定端斷面之中性軸)。故(B)選項正確。}$ <p>(3)由$\tau = \frac{f}{t} = \frac{V \times Q}{I \times t}$所求得之$\tau$其實是在樑內沿軸向的平均剪應力，而依據剪應力的互等定理可知，在斷面上必有與之相應的剪應力存在，如圖(b)所示，其值依然如$\tau = \frac{f}{t} = \frac{V \times Q}{I \times t}$一般，至此才得到了斷面上的剪應力分佈函數。此種起因於彎矩變化的剪應力通常稱為撓曲剪應力(flexural shear stress)，以與其它型式的剪應力作區別。故(C)選項錯誤。</p> <p>(4)樑之中性面與橫斷面之交線為中性軸，中性軸上的應力與應變皆為零。故(D)選項正確。</p> <div><div></div><div></div></div> <p>圖(a) 圖(b)</p>
D	15.	<p>邊長為$10mm$的實心正方形樑，受到彎曲力矩$120N-m$作用，則樑所受到的最大彎曲應力為多少MPa？ (A)72 (B)120 (C)480 (D)720。</p> <p>Sol：假設中性軸通過斷面形心，則樑所受到的最大彎曲應力σ_{max}為：$\sigma_{max} = \frac{M \times y}{I_{NA}} = \frac{120 \times 0.005}{\frac{0.01 \times 0.01^3}{12}} = 720000000Pa = 720MPa。$</p>
A	16.	<p>下列四種相同材料與截面積的實心鋼樑，何種截面形狀所能承受的彎曲力矩最小？ (A)圓形 (B)矩形 (C)方形 (D)I形。</p> <p>Sol：由$\sigma = \frac{M \times Y}{I}$可知：</p> <p>(a)在結構物承受相同彎矩之下，σ與I成反比，即I愈大(斷面積分布愈分散於中性軸之斷面)，σ就愈小，則結構物安全性愈高，如I形</p>

答案	題號	題目
		<p>斷面...等；反之，I 愈小(斷面積分布愈集中於中性軸之斷面)，σ 就愈大，則結構物安全性愈低，如圓形斷面...等。</p> <p>(b)結構物在承受相同σ之下，M 與 I 成正比，即 I 愈大(斷面積分布愈分散於中性軸之斷面)，結構物能承受的彎矩 M 就愈大，則結構物安全性愈高，如 I 形斷面...等；反之，I 愈小(斷面積分布愈集中於中性軸之斷面)，結構物能承受的彎矩 M 就愈小，則結構物安全性愈低，如圓形斷面...等。故本題答案為(A)選項。</p> <p>(c)愈靠近中性軸，其σ愈小。表示：中性軸附近與樑頂樑底附近使用同一大小斷面是浪費的，應採用 I 形斷面比較符合經濟性。</p>
B	17.	<p>矩形簡支樑其斷面寬度為 b、高度為 h、長度為 L，承受均佈載重強度為 W，試求最大彎曲應力為何？</p> <p>(A) $\frac{4}{3} \frac{WL^2}{bh^2}$ (B) $\frac{3}{4} \frac{WL^2}{bh^2}$ (C) $\frac{4}{3} \frac{WL^2}{hb^2}$ (D) $\frac{3}{4} \frac{WL^2}{hb^2}$。</p> <p>Sol：(1)本結構之剪力圖(V圖)與彎矩圖(M圖)如下所示：本結構之最大彎曲力矩為：$\frac{WL^2}{8}$(梁上受壓)(位於樑中點)。</p>  <p>(2)假設中性軸通過斷面形心，則最大彎曲應力σ_{max}為：$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \times y_{max}}{I} = \frac{\frac{WL^2}{8} \times \frac{h}{2}}{\frac{b \times h^3}{12}} = \frac{WL^2}{4} \times \frac{3}{b \times h^2} = \frac{3}{4} \frac{WL^2}{b \times h^2}$。</p>
C	18.	<p>一塊木板具有長方形斷面，寬度為 B，厚度(高度)為 H，用來當書架之承板承受垂直均佈載重，發現不夠承重，於是再拿另外 1 塊完全相同之木板垂直疊在一起，成為 2 倍厚度，假設疊合面間完全貼合且不發生相對滑動，請問抗彎曲之慣性矩增加為幾倍？</p> <p>(A)2 倍 (B)4 倍 (C)8 倍 (D)16 倍。</p> <p>Sol：(1)一長方形斷面的寬度為 B、厚度(高度)為 H，對於通過形心水平軸之慣性矩 I 為：$I = \frac{B \times H^3}{12}$。</p> <p>(2)一長方形斷面的寬度為 B、厚度(高度)為 $2H$，對於通過形心水平軸之慣性矩 I' 為：$I' = \frac{B \times (2H)^3}{12}$。</p> <p>(3)$\frac{I'}{I}$ 為：$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{B \times (2H)^3}{12}}{\frac{B \times H^3}{12}} = 8$。</p>
C	19.	<p>一曲率中心到該曲線的距離為 5cm，則其曲率(curvature)為 (A)0.1 (B)0.01 (C)0.2 (D)0.02 cm^{-1}。</p> <p>Sol：</p> <p>(1)當樑彎曲變形後，斷面仍保持平面，由中性面至曲率中心(center of curvature)O 的距離稱為曲率半徑(radius of curvature)，於下圖中以 ρ 表示，而曲率半徑的倒數則定義為曲率(curvature)，以 κ 表示為：$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx}$。</p>  <p>(2)由上述可知，本題之曲率(curvature)κ為：$\kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{1}{5} = 0.2\text{cm}$。</p>
B	20.	<p>撓曲應力$\sigma = \frac{My}{I}$公式的基本假設，下列敘述何者是錯誤的？ (A)均質材料且小變形 (B)考慮剪力的影響</p> <p>(C)純彎曲，桿件截面為均勻斷面於彎曲前後，保持平面不扭曲</p> <p>(D)材料的應力與應變成線性關係且受拉力區與受壓區的彈性係數均相同。</p> <p>Sol：分析直樑的彎曲應力公式($\sigma = \frac{M \times Y}{I}$)之基本假設：</p> <p>①樑僅承受其值為定值之彎矩作用(即純彎作用)，且彎矩沿斷面主軸。 ②斷面在彎曲後仍保持平面。</p> <p>③樑的變形十分微小。 ④材料的應力與應變關係遵循 Hooke 定律(即$\sigma_{\text{軸向}} = E \times \varepsilon_{\text{軸向}}$)。</p> <p>⑤樑內各斷面皆為均質材料。 ⑥受拉與受壓的楊氏係數 E 均相同(即$E_c = E_t = E$)。故本題答案為(B)選項。</p>